

研究论文

霜层冰晶体的生长模拟及其热导率的计算

蔡 亮¹, 王荣汉¹, 侯普秀², 张小松¹

(¹ 东南大学能源与环境学院, 江苏 南京 210096;

² 华南理工大学机械与汽车工程学院, 广东 广州 510641)

摘要: 目前对霜层热导率的研究中, 大多把霜层看作均匀的结构, 而实际上霜层的热导率不仅取决于密度, 同时也受霜层结构的影响。本文分析了实验观察到的霜晶体结构, 提出了不同阶段的霜层生长模型, 并采用计算机方法模拟这个过程。以模拟所得的霜晶体结构为基础, 对每个节点列出了能量平衡方程, 进而求得了霜层的热导率。结果表明, 这种模拟方法较准确地反映了霜层中晶体的生长过程, 计算所得的热导率也反映出霜层不同生长阶段的特点。

关键词: 霜生长模型; 热导率; 结霜; 冰晶体; 计算机模拟

中图分类号: TK 121

文献标识码: A

文章编号: 0438-1157 (2009) 05-1111-05

Computer simulation of frost growth and computation of its thermal conductivity

CAI Liang¹, WANG Ronghan¹, HOU Puxiu², ZHANG Xiaosong¹

(¹ School of Energy and Environment, Southeast University, Nanjing 210096, Jiangsu, China;

² School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of
Technology, Guangzhou 510641, Guangdong, China)

Abstract: At present, in the study of the frost conductivity, the structure of frost is considered as symmetrical. In fact, the conductivity of frost not only depends on its density, but is also affected by its structure. In this paper, the structure of frost crystal was analyzed, and a model of frost growth was presented. This process was simulated by computer. Based on this structure, the equation of energy balance was given for every node, and the conductivity of frost was obtained. The result indicated that this method more truly reflected the process of crystal growth, and the conductivity also agreed with the characteristics of frost at different stages.

Key words: frost growth model; thermal conductivity; frost; ice crystal; computer simulation

引 言

霜是由冰晶体及空气组成的多孔物质。结霜现象广泛存在于制冷、低温液体贮运、气体液化及航

空航天等领域。霜层的存在使得换热设备效率降低, 压损增加, 对系统产生较大的影响, 甚至导致系统失效^[1]。对于航天运输系统的吸气式发动机而言, 结霜将会降低预冷器里风扇的效率和喘振余

2008-05-29 收到初稿, 2009-01-05 收到修改稿。

联系人及第一作者: 蔡亮 (1973—), 男, 博士研究生, 副教授。

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50676018)。

Received date: 2008-05-29.

Corresponding author: CAI Liang. E-mail: cailiang@seu.edu.cn

Foundation item: supported by the National Natural Science Foundation of China (50676018).

量^[2]。电力输送线路的绝缘子的结霜和覆冰严重危害了电网的安全运行,所引发的诸如杆塔倒塌,线路跳闸等事故将影响企业的正常生产和人民的日常生活,甚至造成巨大的经济损失^[3]。因此,从 20 世纪 60 年代以来,结霜现象一直受到广泛的重视^[4-7]。

湿空气中的水蒸气向冷表面凝华结霜的问题,是一个涉及传热传质、特殊的多孔介质移动边界的问题。由于问题的复杂性,许多研究工作都需要进一步深入。结霜问题的重点是霜层物理性质的研究,其中最重要的参数之一是霜层的热导率。

霜层的热导率由结霜的环境条件所决定,并且与结霜过程的历史密切相关,随霜层的生长而连续变化。许多研究表明,热导率主要取决于密度,同时也受霜层微观结构的影响^[8-9]。因此,热导率的变化相当复杂,要得到一个基于严密理论的关于热导率的关系式是非常困难的。

许多学者都提出了霜层的结构模型,从理论上探讨热导率的变化规律,并进行了实验研究^[8-12]。然而,大多数模型都认为霜层是一个均匀结构,建立的模型大多将冰晶体作为柱状。但事实上,霜层结构非常复杂,霜层在不同温度下生长时,会呈现树枝状、柱状以及平板形态。因而目前的各种模型都在不同程度上存在缺陷。为此,本文研究了霜层中树枝状冰晶体的生长过程以及微观结构,以期能够弥补目前文献的不足,进一步加深对霜层生长过程的认识,并为预测霜层的生长奠定基础。

1 结霜过程中冰晶体的生长

图 1 (a)、(b) 是冰晶体在不同的环境条件下生长时所拍摄的放大图片。从图中可以看出,冰晶体的结构呈树枝状,并且随着时间的增长,不断有新的树枝状晶体出现。图 1 (c) 是霜层在充分生长后拍摄的图片,此时霜层密度比较大,已经很难将一个霜晶体与另一个区分开来。

目前,研究结霜现象的工作者大都认同 Hayashi 等^[11]将结霜过程分为 3 个阶段的提法,即霜柱的发生期、霜层生长期以及霜层成熟期。首先是冰晶体在冷表面上形成霜柱,这些霜柱是霜层构造的骨架。此后,霜柱表面不断有新的晶体生长,形成树枝状的霜层,图 1 所显示的就是这个时期的图片。此后霜层的厚度不断加大,表面温度持续升高,由于水蒸气凝华放热,此时霜层会融断或者融



126s



266s

(a) air temperature 8.1℃, cold surface temperature
-26.4℃, relative humidity 80.4%



217s



261s

(b) air temperature 8.1℃, cold surface temperature
-20.2℃, relative humidity 80.4%



(c) 2620 s, air temperature 8.1℃, cold surface temperature
-26.4℃, relative humidity 80.4%

图 1 不同条件下霜层生长图片

Fig. 1 Images of frost growth at different conditions

化,融断的霜晶体会在重力作用下倒伏,而融化形成的液态水会渗入霜层,在霜层内部重新凝结为冰。同时,水蒸气仍然不断扩散进入霜层,这就是霜层的成熟期。对于霜层的成熟期,由于霜层密度较大,采用显微拍摄的方法很难获得清晰的图片。因此,融化形成的液态水在何处发生凝结难以预计。

从以上叙述可以看出,冰晶体的形成过程极为

复杂，并且具有阶段性。因此，在模拟霜层的生长时，有必要分阶段描述。

2 霜层生长的计算机模拟

Witten 和 Sander^[13-14]提出了一种模型来解释烟尘微粒的聚集。这个模型的规则很简单：先在一个平面的中心放置一个粒子，称其为种子。然后在远离种子的地方释放一个粒子，该粒子可以随机行走（扩散），当运动到种子旁边时，停止行走，留在该处不动。接着释放第二个粒子，规则与第一个相同。如此反复进行，就可以获得一个大的凝聚体，该凝聚体的结构具有有限扩散条件下生成物的特征，即一个树枝状的标度不变的复杂结构。这个树枝状的机构具有统计意义下的相似性。这个树枝状结构的最尖端可以最有效地捕获扩散过来的粒子。这样，使得小的涨落被强化。这个不稳定性与模型固有的随机性结合起来，形成了一个具有综合特性的凝聚体。图 2 是 30000 个粒子采用 Witten-Sander 模型模拟得到的结果。

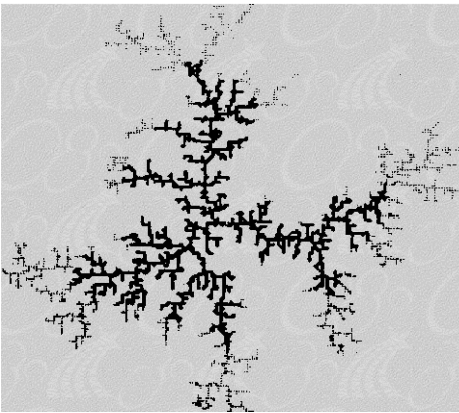


图 2 包含 30000 个粒子的凝聚体

Fig. 2 Aggregation containing 30000 particles

从图 2 可以看出，Witten-Sander 得到的结果具有多个分支，其中每个分支都与实验图片的冰晶体非常相似。对 Witten-Sander 方法适当改进，便有可能得到与实验结果吻合的霜柱发生期以及霜层生长期的冰晶体形状。

为了模拟结霜过程中的上述两个时期，对 Witten-Sander 模型提出以下改变。首先，选取单位长度的一个正方形。然后将其 n 等分，这样这个正方形具有 $n \times n$ 个网格。使用 0 来代表空气网格点，1 代表霜晶体网格点。选取最底层的一行网格将其标记为 1，这行网格就是种子，其余网格标记为 0。然后在正方形最上面一行随机选取一个作为

起始点，释放一个粒子。这个粒子随机行走，遇到种子的时候停止，此时粒子所在的网格标记为 1。然后继续释放下一个粒子，直到这个粒子遇到标记为 1 的网格。这样依次进行，最后形成树枝状的结构。

图 3 (a) 是采用上述方法模拟得到的霜层结构。从图中可以看出，释放 360 个粒子以及 540 个粒子所得到的图片与实验所得的图片吻合非常好。而释放 720 个粒子所得的图片在网格顶部发生了霜晶体的聚集，与实验存在较大的差别。这说明此时霜层已经进入成熟期，需要采用另外的方法。

在进入霜层成熟期后，霜层表面会发生融化，此过程形成的液态水会渗入霜层内部而凝固。至于在什么地方凝固，很难准确预计。而早期生成的霜柱也可能会融断倒伏，对于这个现象同样难以准确预测。因此假定在网格没有霜晶体的部分，都有可能霜晶体的加入，并且概率相等。因此，为了模拟霜层成熟期的结构，采用向网格中没有霜晶体的部分随机加网格点的方法。图 3 (b) 就是采用这种方法得到的模拟图像。

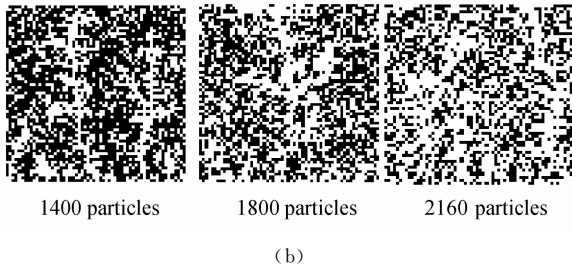
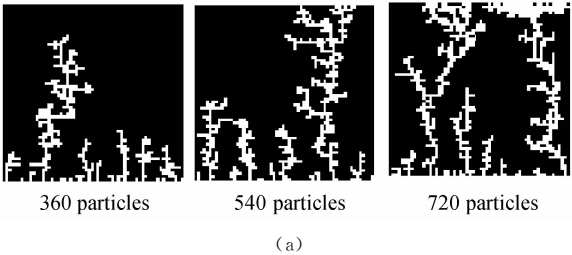


图 3 霜层模拟图像

Fig. 3 Frost simulation images

3 导热模型

用上述方法得到的结构是一个二元复合结构，如图 4 所示。

由于空气的热导率以及霜晶体的热导率相差大约 100 倍，为了能够准确地处理这种热导率突然变

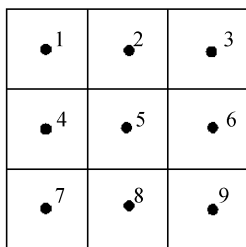


图 4 霜层结构示意图

Fig. 4 Schematic diagram of frost structure

化的情况,采用文献 [15] 的方法,相邻两个网格的组合热导率为

$$k_{ij} = \frac{2k_i k_j}{k_i + k_j} \quad (1)$$

其中, i 、 j 代表网格的编号。若相邻网格分别为空气以及冰晶体,则得到的热导率为调和平均值;若相邻的网格同时为冰晶体或者空气,则热导率分别为冰晶体或者空气的热导率。

计算中假定左右两侧绝热,取每个方格的侧面积为 1,当已知这个结构上下两边的温度 T_t 、 T_b 时,根据能量守恒原理,每个节点热量平衡。以节点 5 为例,其能量平衡方程为

$$q_{45} + q_{65} + q_{25} + q_{85} = 0 \quad (2)$$

代入导热方程,整理得

$$k_{25} T_2 + k_{45} T_4 + k_{65} T_6 + k_{85} T_8 - (k_{25} + k_{45} + k_{65} + k_{85}) T_5 = 0 \quad (3)$$

式 (3) 中,各节点间的热导率由式 (1) 确定,其值有可能是冰或者空气的热导率,也有可能是其调和平均值,具体数值根据模拟得到的图像而定。

对各节点分别列出热平衡方程,可得一组对角占优的方程组。

求得各点的温度后,就可得到各点的流入流出的热量,进而求得整个结构的热流量。

则这个结构的有效热导率为

$$k_{\text{eff}} = Ql / (T_t - T_b) \quad (4)$$

其中, Q 为整个结构的热流量, T_t 为结构上侧边界温度, T_b 为结构下侧边界温度, l 为结构的长度。

4 计算结果与讨论

为了求得霜层的热导率,对固含率为 1%~60% 的结构进行了计算,每加入一个单元网格的霜晶体,求解一次方程组,从而获得与这个固含率对应的热导率。图 5 是程序运行 4 次的计算结果。

从图 5 可以看出,霜层密度小于 $500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

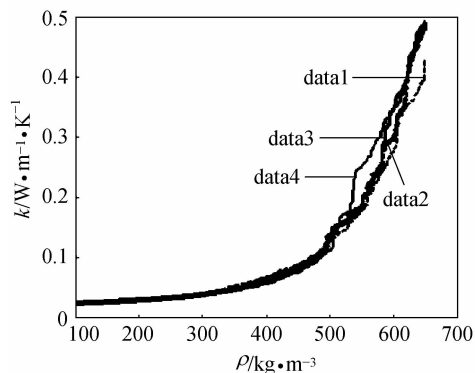


图 5 霜层热导率和密度的关系

Fig. 5 Relation between frost layer conductivity and its density by numerical simulation

m^{-3} ,各条曲线之间差别很小,结霜过程处于霜柱发生期以及霜层的生长期。因为在初期,霜晶体没有充分生长,晶枝还没有蔓延,各个晶体呈现分离状态,没有形成充分的导热通路,因而霜层的导热以空气为主,冰晶体的加入对整个霜层热导率的影响不大,冰晶体结构的差别对于霜层热导率的影响更是微乎其微。

当霜层的密度大于 $500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,进入霜层的充分生长期,树枝状的冰晶体已经开始形成,并且有倒伏的霜晶体以及融化后的液态水进入霜层内部,同时还伴有水蒸气的扩散,这些因素都会增加霜层的密度。密度的增加对于霜层的热导率有重要影响,它使原来彼此独立的霜晶体互相连接,增加了热流的通路,从而降低了空气在霜层中导热的地位。因此,在这个阶段,霜层热导率迅速增加。

从图 5 还可以看出,当霜层密度大于 $500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 时,4 条计算曲线出现了一定程度的差别。其主要原因是由于在随机的位置加入了霜晶体,这些霜晶体会将原来的霜柱以某种方式连接起来,如果这种连接建立得比较多,那么霜层热导率也会相对较高。如果这种连接比较少,霜层的热导率也就相对较低。张东辉^[16]对随机 sierpinski 地毯做了类似的计算,得到了相似的结论。

总的看来,本模型的 4 条计算曲线基本一致,也就是说,本模型比较真实地反映了霜层热导率随密度的变化规律。

图 6 是本模型与其他模型的比较。对于霜层的热导率,几乎所有的学者都认为与霜层的密度有直接关系。然而,从图 6 可以看到,各条理论曲线之间存在较大区别。说明除了密度之外,还有其他因

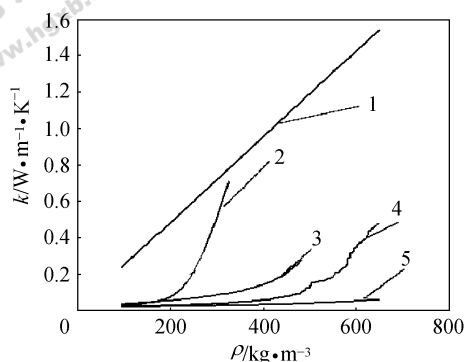


图6 本文模型与其他模型比较

Fig. 6 Comparison of different thermal conduct models

素影响霜层的热导率,即霜层的结构。

图中曲线1是最大并联模型,代表了霜层的最大热导率。曲线5是最小串联模型,代表了霜层的最小热导率。这两条曲线代表了霜层热导率的两个极限,符合实际的霜层热导率曲线应该位于这两条曲线之间。曲线2是立方晶格模型计算得到的结果,这个模型认为霜是由开口的立方晶格结构组成,冰沉积在晶格的边缘,晶格之间是湿空气。计算结果表明,这个模型在密度较低的时候热导率就迅速上升,甚至会超过并联模型,显然不合理。曲线3是Yonko等^[4]的模型,这个模型把霜层看作冰-空气的混合物,均匀冰球粒子呈立体晶格状态存在于湿空气中,比较接近于霜层成熟期的真实情况,因而计算的结果也比较符合实际。然而,他们的公式只能计算孔隙率 <0.5236 的霜层。

曲线4是本文模型的模拟结果。从图中可以看出,本模型的结果基本与Yonko等^[4]的模型接近,但是没有了孔隙率的限制。在霜层密度大于 $500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 时,进入了霜层的充分生长期,因此,霜层的热导率呈现出与前面两个时期不同的特点。因此,本模型比较合理地描述了霜层不同发展时期热导率的变化,相对于其他模型,更加符合实际。

5 结 论

本文基于实验中观测到的霜层结构,提出了霜层结构的模型,对于霜层中树枝状冰晶体的形成过程给予了比较符合实际的描述,并对霜层冰晶体的生长进行了计算机模拟。在此基础上,计算了霜层的热导率。本模型研究的是较为复杂的树枝状结构,所得结论为研究霜层生长奠定了基础。

References

[1] Zhang Zhe (张哲), Li Yanzhong (厉彦忠), Wang Qiang

(王强). Study of factors governing the rate of frost accumulation on finned-tube heat exchangers of air-cooled heat pump. *Fluid Machinery* (流体机械), 2002, **30** (11): 46-49

- [2] Wang Yongshou (王永寿). Study on restrain frost effect of condensed gas on air pre-cooler. *Winged Missiles Journal* (飞航导弹), 2005 (4): 52-60
- [3] Zhang Zhijin (张志劲), Jiang Xingliang (蒋兴良), Ma Jun (马俊), Hu Jianlin (胡建林), Liang Yu (梁瑜). Study on icing performance of 110kV insulator strings at AC service voltage. *Proceedings of the CSEE* (中国电机工程学报), 2006, **26** (4): 140-143
- [4] Yonko D, Sepsy C F. An investigation of the thermal conductivity of frost while forming on a flat horizontal plate. *ASHRAE Trans.*, 1967, **73** (2): 1-10
- [5] Brian P L T, Reid R C, Shah Y T. Frost deposition on cold surfaces. *Industrial and Engineering Chemistry, Fundamentals*, 1970, **9** (3): 375-380
- [6] White J E, Cremers C J. Prediction of growth parameters of frost deposits in forced convection. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer*, 1981, **103** (1): 3-6
- [7] Tokura I, Saito H, Kishinami K. Study on properties and growth rate of frost layers on cold surfaces. *Heat Transfer Trans. ASME*, 1983, **105** (4): 895-901
- [8] Ahmet Z Sahin. Effective thermal conductivity of frost during the crystal growth period. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2000, **43** (4): 539-553
- [9] Gu Xianghong (顾祥红), Meng Fanjiong (孟繁炯). Theoretical analysis of thermal conductivity in the frost layer. *Journal of Engineering Thermophysics* (工程热物理学报), 2000, **21** (3): 354-357
- [10] Lee K S, Kim W S, Lee T H. A one-dimensional model for frost formation on a cold surface. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1997, **40** (18): 4359-4365
- [11] Hayashi Y, Aoki A, Adachi S, et al. Study of frost properties correlating with frost formation types. *Journal of Heat Transfer*, 1977, **99** (2): 239-245
- [12] Cheng Chin-Hsiang, Shiu Chiuan-che. Frost formation and frost crystal growth on a cold plate in atmospheric air flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, **45** (21): 4289-4303
- [13] Witten T A Jr, Sander L M. Diffusion-limited aggregation, a kinetic critical phenomenon. *Physical Review Letters*, 1981, **47** (19): 1400-1403
- [14] Witten T A Jr, Sander L M. Diffusion-limited aggregation. *Physical Review B (Condensed Matter)*, 1983, **27** (9): 5686-5697
- [15] Patankar S V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Beijing: Science Press, 1984: 49-53
- [16] Zhang Donghui (张东辉). Study on the model of the mass diffusion, dispersion and heat conduction in fractal porous media [D]. Nanjing: Southeast University, 2003